

Опубликовано:

Гагарин В.Г., Козлов В.В. Математическая модель и инженерный метод расчета влажностного состояния ограждающих конструкций. // Academia. Архитектура и строительство. 2006, № 2, стр.60 – 63.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ИНЖЕНЕРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ВЛАЖНОСТНОГО СОСТОЯНИЯ ОГРАЖДАЮЩИХ КОНСТРУКЦИЙ

Гагарин В.Г., Козлов В.В.

Известные методы инженерного расчета или оценки влажностного состояния ограждающих конструкций учитывают перемещение влаги только в виде пара. Таковы методы разработанные в СССР в конце 20-х годов, а также методы разработанный в ФРГ в конце 50-х годов. В современных ограждающих конструкциях из легких бетонов с повышенным уровнем теплозащиты доля влагопереноса жидкой влаги возрастает, благодаря меньшим градиентам температуры и, следовательно, меньшим градиентам парциального давления водяного пара. Для учета совместного переноса пара и жидкой влаги предложено ввести функцию, названную потенциал F . Введение этой функции позволило существенно упростить уравнение влагопереноса и решить его аналитически. Потенциал F рассчитывается по характеристикам, традиционно исследуемым для строительных материалов и содержащихся в справочной литературе: коэффициенты паропроницаемости и влагопроводности. Для особолегких бетонов, которые являются новыми материалами, эти характеристики были определены и по ним рассчитаны зависимости потенциала F от влажности и температуры. Для иллюстрации возможностей метода проведены расчеты влажностного состояния стен из полистиролбетонных блоков.

1. Постановка задачи. В конце 20-х годов XX столетия К.Ф.Фокин предложил графоаналитический метод определения зоны конденсации в ограждающей конструкции и основанный на нем метод расчета влагонакопления при стационарных условиях тепло-влагопереноса [1]. Практически все инженерные расчеты и оценки влажностного состояния ограждений основаны на положениях этого метода. Это и методика, приведенная в СНиП II-3-79* «Строительная теплотехника» и методика DIN 4108 «Wärmeschutz im Hochbau» которую разработал Н.Glaser [2] в конце 50-х годов. Эти методы учитывают влагоперенос обусловленный градиентом парциального давления (упругостью) водяного пара. Расчеты проводятся при некоторых стационарных температурно-влажностных условиях на границах ограждения. Основные уравнения математической модели рассматриваемых методов расчета для ограждающей конструкции, могут быть сформулированы следующим образом.

Уравнение влагопроводности в случае одномерного влагопереноса имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}(-j) = 0 \quad \text{для } 0 < x < \delta \quad (1)$$

где плотность потока влаги j , кг/(м² с), в слое материала конструкции выражается уравнением:

$$j = -\mu \frac{\partial e}{\partial x} \quad \text{для } 0 < x < \delta \quad (2)$$

где μ – коэффициент паропроницаемости материала конструкции, кг/(м·с·Па), (1 кг/(м·с·Па) = 2,78·10² мг/(м ч Па));

e – парциальное давление (упругость) водяного пара, Па.

Влагообмен ограждения с окружающим воздухом на внутренней и наружной поверхностях соответственно описывается уравнениями граничных условий в виде:

$$\mu \left. \frac{\partial e}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{I}{R_{n.наружн.}} (e_{наружн.поверхн.} - e_{наружн.возд.})$$

$$\mu \left. \frac{\partial e}{\partial x} \right|_{x=\delta} = \frac{I}{R_{n.внутр.}} (e_{внутр.возд.} - e_{внутр.поверхн.})$$
(3)

где $R_{n.наружн.}$ – сопротивление паропрооницанию у наружной поверхности конструкции, $\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{Па} / \text{мг}$;

$R_{n.внутр.}$ – сопротивление паропрооницанию у внутренней поверхности конструкции, $\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{Па} / \text{мг}$;

На стыке двух различных материалов принимается равенство значений относительного давления водяного пара, φ (где $\varphi = e/E$, E – парциальное давление (упругость) насыщенного водяного пара, Па), в порах материалов и равенство потоков влаги:

$$\varphi|_{x-0} = \varphi|_{x+0}$$
(4)

$$\mu(x) \left. \frac{\partial e}{\partial x} \right|_{x-0} = \mu(x) \left. \frac{\partial e}{\partial x} \right|_{x+0}$$
(4a)

Важным является уравнение связи физического потенциала влагопереноса, e , с влажностью материала, w , и температурой, t :

$$e(w, t) = E(t) \cdot \varphi(w)$$
(5)

Здесь $\varphi(w)$ (доли ед.), представляет собой зависимость относительной влажности воздуха в порах материала (относительного давления водяного пара), от влажности материала w (кг/кг). Эта зависимость при влажности меньшей максимальной сорбционной определяется изотермой сорбции (или десорбции) водяного пара. При любой влажности материала, большей максимальной сорбционной, физический потенциал влагопереноса, e не зависит от влажности материала w , поскольку $\varphi = 1$.

Решение уравнения (1) с учетом (2) – (5) при некоторых других, характерных для каждого метода условиях, и составляют суть инженерных методов расчета влажностного режима ограждений. Уравнения (1), (2) и (5) показывают, что влажность материалов конструкции может быть достоверно определена этими методами только при условии, что она не превышает максимальную сорбционную, когда влажность материала функционально зависит от парциального давления водяного пара в порах материала. При больших значениях влажности она не зависит от значения парциального давления водяного пара, поскольку оно становится постоянным и равным парциальному давлению насыщенного водяного пара, E . При этом не учитывается влагоперенос жидкой влаги, обусловленный влажностью, который является существенным при сверхсорбционной влажности (некоторые авторы считают его существенным и при значениях влажности меньших максимальной сорбционной). Этот недостаток рассматриваемых методов является существенным и устраняется в методах расчета *нестационарного* влажностного режима ограждений, которые уже не являются инженерными и требуют использования вычислительной техники.

В настоящей работе излагается прием позволяющий обобщить известные инженерные методы расчета влажностного состояния конструкций при стационарных условиях тепло- влагообмена на случай сверхсорбционного увлажнения материалов и учесть влагоперенос обусловленный влажностью. Использование таких методов для расчета конструкций представляется перспективным, поскольку они могут быть использованы при аналитическом решении ряда задач, в том числе и выходящих за рамки теплофизических проблем.

2. Определение потенциала F . Для прогнозирования влажностного режима ограждающих конструкций плодотворной является идея использования потенциала влажности [3]. При этом в [4 и 5] получены условия существования потенциала влажности.

Для получения более общего метода расчета вводится функция, называемая далее «потенциал F ». Она определяется следующим образом:

$$F(w, t) = E(t)\varphi(w) + \frac{1}{\mu_0} \int_0^w \beta(\zeta) d\zeta \quad (6)$$

Где β – коэффициент влагопроводности материала, зависящий от влажности, кг/(м·с·кг/кг), ($1 \text{ кг}/(\text{м}\cdot\text{с}\cdot \text{кг}/\text{кг}) = 2,78\cdot 10^{-1} \text{ г}/(\text{м}\cdot\text{ч}\cdot\text{кг}/\text{кг})$);

В [5] показано, что функция F является потенциалом векторного поля плотности потока влаги в материале. Правая часть уравнения (6) состоит из двух слагаемых. Первое из которых является парциальным давлением водяного пара, а второе - предлагается назвать «эквивалентным дополнительным давлением», h , обусловленным влагопроводностью материала, которое определяется формулой:

$$h(w) = \frac{1}{\mu_0} \int_0^w \beta(\zeta) d\zeta \quad (7)$$

Градиент эквивалентного дополнительного давления определяет поток жидкой влаги в материале численно равный потоку парообразной влаги, обусловленному таким же по величине градиентом парциального давления водяного пара. Кроме того, вводится «эквивалентное максимальное дополнительное давление», определяемое формулой:

$$H = h(w_{\max}) = \frac{1}{\mu_0} \int_0^{w_{\max}} \beta(\zeta) d\zeta \quad (8)$$

Оно является аналогом парциального давления насыщенного водяного пара. Величины F , h и H измеряются в Паскалях, как и величины e и E .

Вводится понятие «относительного дополнительного давления», ψ , которое является аналогом относительного давления водяного пара, φ :

$$\psi(w) = \frac{h(w)}{H} \quad (9)$$

Зависимость влажности материала от ψ можно рассматривать как аналог изотермы сорбции материала при сверхсорбционной влажности.

С учетом (5), (7) и (8) уравнение (6) для потенциала F можно записать в виде:

$$F(w, t) = e(w, t) + h(w) = E(t) \cdot \varphi(w) + H \cdot \psi(w) \quad (10)$$

Подробное рассмотрение остальных свойств потенциала F из-за ограниченности объема статьи не приводится, однако следует подчеркнуть, что $F(w, T)$ является непрерывной, дифференцируемой и монотонно возрастающей функцией по обоим переменным. Это свойство позволяет использовать функцию $F(w, T)$ в качестве потенциала влагопереноса в интервале изменения влажности материала от 0 до w_{\max} .

Преимуществом использования потенциала F является то, что он может быть рассчитан по известным характеристикам материалов, которые традиционно исследуются в строительной теплофизике: коэффициентам паропроницаемости, влагопроводности и изотермам сорбции (или десорбции).

3. Математическая модель влагопереноса с использованием потенциала F . Математическая модель влагопереноса в ограждающей конструкции при использовании потенциала F , получается из приведенной в разделе 1 главным образом путем замены в выражениях для потока влаги физического потенциала e на потенциал F . Уравнение (1) остается без изменений. Уравнение для плотности потока влаги (2) запишется в виде:

$$j = -\mu \frac{\partial F}{\partial x} \quad (11)$$

Если в (11) вставить выражение для потенциала F (формулы(6) и (10)), то оно преобразуется к виду:

$$j = -\mu \frac{\partial F}{\partial x} = -\mu \left(\frac{\partial e}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} \right) = -\mu \cdot \frac{\partial e}{\partial x} - \beta(w) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (12)$$

Уравнение (12) показывает, что при использовании потенциала F учитывается перенос не только пара по механизму паропроницаемости, но и перенос жидкой влаги по механизму влагопроводности. С другой стороны уравнение (11) совершенно аналогично (2), и не является более сложным по сравнению с (2), т.к. F , как и e являются сложными функциями температуры и влажности материала. Следовательно, (1) и (11) могут решаться теми же способами, что и (1) и (2). Эта аналогия и уравнение (12) показывают основную цель, с которой вводится потенциал F .

При отсутствии увлажнения поверхностей конструкции жидкой влагой можно считать, что:

$$F_{\text{наружн.возд.}} = e_{\text{наружн.возд.}} \quad (13)$$

$$F_{\text{наружн.поверхн.}} = e_{\text{наружн.поверхн.}}$$

$$F_{\text{внутрен.возд.}} = e_{\text{внутрен.возд.}} \quad (13a)$$

$$F_{\text{внутрен.поверхн.}} = e_{\text{внутрен.поверхн.}}$$

Тогда уравнения (3) влагообмена конструкции с окружающим воздухом примут вид:

$$\mu \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{l}{R_{\text{п.наружн.}}} (F_{\text{наружн.поверхн.}} - F_{\text{наружн.возд.}}) \quad (14)$$

$$\mu \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = \frac{l}{R_{\text{п.внутр.}}} (F_{\text{внутр.возд.}} - F_{\text{внутр.поверхн.}})$$

На стыке двух различных материалов в конструкции принимается единое условие на стыке двух материалов, как в сорбционной, так и в сверхсорбционной зоне:

$$\begin{cases} \varphi|_{x-0} = \varphi|_{x+0} \\ \psi|_{x-0} = \psi|_{x+0} \end{cases} \quad (15)$$

$$\mu(x) \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x-0} = \mu(x) \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x+0} \quad (15a)$$

Аналогом уравнения (5) для связи физического потенциала e с влажностью материала w является уравнение (10) для связи потенциала F с влажностью материала w .

Настоящая математическая модель не имеет ограничения модели раздела 1 на значения влажности, не превосходящие максимальной сорбционной, поскольку влажности w зависит от потенциала F во всем диапазоне ее изменения, а не только в сорбционной области. Это обстоятельство позволяет разрабатывать инженерные методы расчета распределения влажности при стационарных условиях влагообмена с окружающей средой в диапазоне как сорбционной, так и сверхсорбционной влажности материалов конструкции при учете влагопереноса не только пара, но и жидкой влаги.

4. Методика расчета влажностного состояния однослойного ограждения. Наиболее просто сформулированная математическая модель реализуется для однослойных конструкций. В этом случае решение уравнения (1) с подстановкой (11) с учетом граничных условий (14) при влажности на наружной границе ограждения меньшей максимальной сорбционной имеет вид:

$$F(x) = (F_e - F_n) \frac{R^n(x)}{R_0^n} + F_n \quad (16)$$

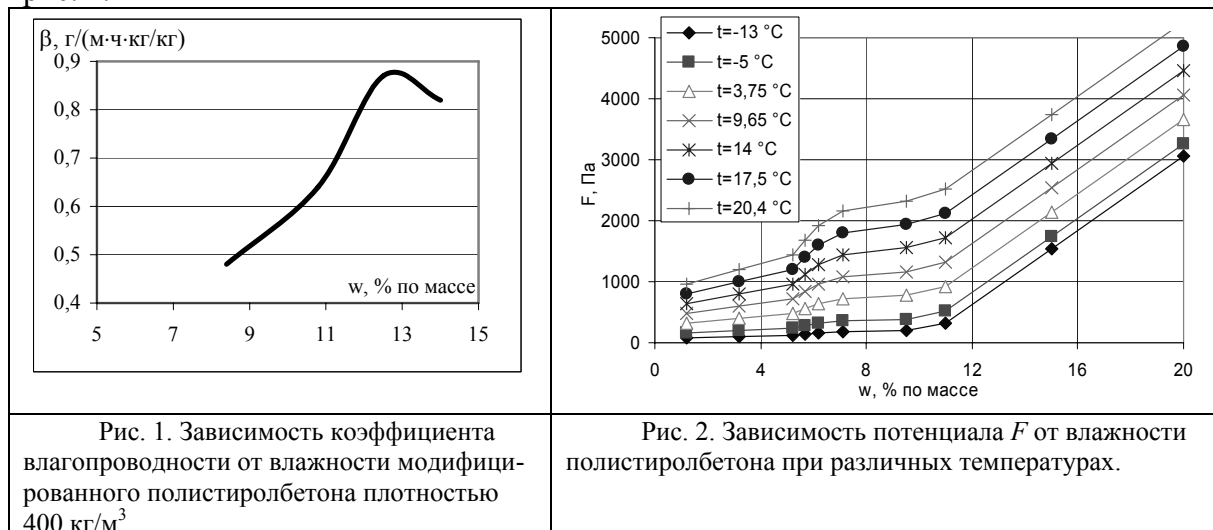
при влажности большей максимальной сорбционной:

$$F(x) = F_e - (E_0 - F_n) \frac{R_0^n - R^n(x)}{R_n} \quad (17)$$

Здесь R_0^n – сопротивление паропроницанию конструкции, $\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{Па} / \text{мг}$;
 $R^n(x)$ – сопротивление паропроницанию части конструкции, расположенной между наружным воздухом и плоскостью с координатой x , $\text{м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{Па} / \text{мг}$;

Методика расчета влажностного состояния однослойного ограждения при стационарных условиях тепло- влагообмена заключается в расчете распределения температуры по известной формуле и распределения потенциала F по толщине конструкции по формулам (16) или (17), а затем в определении влажности по графикам зависимости потенциала $F(w, t)$ от влажности материала при различных температурах.

5. Расчет влажностного состояния стен из полистиролбетонных блоков. Расчет проводился для стены из полистиролбетона плотностью 400 кг/м^3 , полученный в лаборатории №5 НИИЖБ. Для этого материала были определены теплофизические характеристики по общеизвестным методикам. Коэффициент паропроницаемости материала составляет $0,023 \text{ мг}/(\text{м час Па})$. Максимальная сорбционная влажность равна $9,5\%$ по массе. Коэффициент влагопроводности полистиролбетона, определенный стационарным методом, приведен на рис. 1. По этим данным рассчитаны зависимости $F(w, t)$, представленные на рис. 2.



Для расчета влажностного состояния рассматривается однослойная ограждающая конструкция толщиной $0,4 \text{ м}$ из кладки из полистиролбетонных блоков. Температура и относительная влажность воздуха принимаются, соответствующими среднемесячным значениям для января в г. Москве: $t_n = -10,2^\circ\text{C}$, $E_n = 255 \text{ Па}$, $\varphi_n = 87\%$. Сопротивление влагообмену на наружной поверхности принимается равным $R_n = 0,5 \text{ (м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{Па)}/\text{мг}$, что примерно соответствует оштукатуриванию и окраске наружной поверхности стены. Параметры внутреннего воздуха принимаются равными $t_e = 20^\circ\text{C}$, $E_e = 2338 \text{ Па}$, $\varphi_e = 55\%$. Сопротивление влагообмену на внутренней поверхности принимается равным $R_e = 0,2 \text{ (м}^2 \cdot \text{ч} \cdot \text{Па)}/\text{мг}$, что примерно соответствует оштукатуриванию внутренней поверхности стены плотным цементно-песчаным раствором слоем 20 мм . При анализе влажностного состояния ограждающей конструкции она принимается однослойной.

Результаты расчета по предложенной методике распределения влажности по толщине конструкции представлены на рис. 3. Для сравнения, на этом рисунке приведено распределение влажности по толщине конструкции по результатам расчета нестационарным методом [6]. Анализ показал, что влажностный режим конструкции находится на грани между удовлетворительным и неудовлетворительным. Плоскость максимального увлажнения находится на расстоянии 9 см от наружной поверхности, максимальная влажность составляет 10% по массе и лишь небольшая часть конструкции находится при сверхсорб-

ционной влажности материала. Расчет методом последовательного увлажнения при стационарных граничных условиях дает такие же результаты, а при нестационарных – отличающиеся: вся конструкция находится в зоне сорбционных влажностей материала, максимум влажности наблюдается у наружной поверхности ограждения и составляет 6,8% по массе.

6. Заключение. Представленный метод может быть использован и для расчета многослойных конструкций. В настоящее время он модифицирован и для учета фильтрации воздуха через конструкцию. Полученные расчетом результаты могут служить для проверки влагонакопления в ограждающей конструкции. Их можно использовать также, например, при расчетах теплозащиты ограждающих конструкций и в других случаях, когда необходимо количественно оценить влажность материалов ограждающих конструкций.

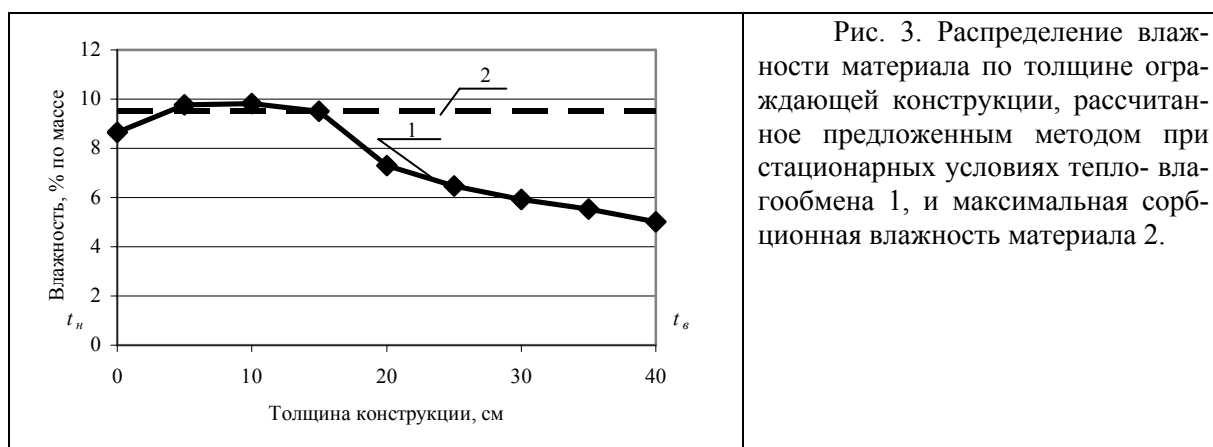


Рис. 3. Распределение влажности материала по толщине ограждающей конструкции, рассчитанное предложенным методом при стационарных условиях тепло-влажностного обмена 1, и максимальная сорбционная влажность материала 2.

Литература

1. Фокин К.Ф. Расчет влажностного режима наружных ограждений. - М.-Л., 1935.
2. Glaser H. Grafisches Verfahren zur Untersuchung von Diffusionsvorgängen. // Kaltetechnik. 1959. Jg11. H10.
3. Богословский В.Н. Строительная теплофизика. - М.,1982.
4. Богословский В.Н., Гагарин В.Г. Потенциал влажности. Теоретические основы. // Российская академия архитектуры и строительства. Вестн. отд-ния строительных наук. - 1996. - Вып. 1. - с. 12-14.
5. Гагарин В.Г., Козлов В.В. Основы для разработки инженерного метода расчета влажностного режима. // Сборник докладов седьмой научно - практической конференции 24-26 апреля 2003 года. «Стены и фасады. Актуальные проблемы строительной теплофизики». М., НИИСФ, 2003, стр. 23 - 35.
6. Руководство по расчету влажностного режима ограждающих конструкций зданий. Госстрой СССР, НИИСФ. М., «Стройиздат». 1984.

